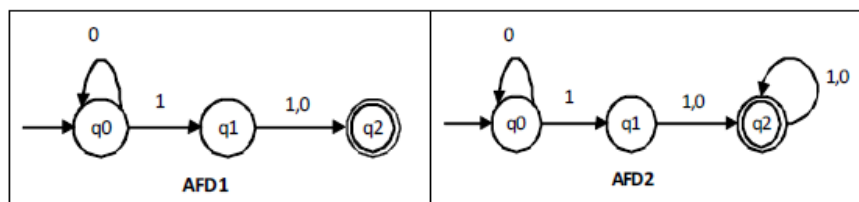


INFG-TALF Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales

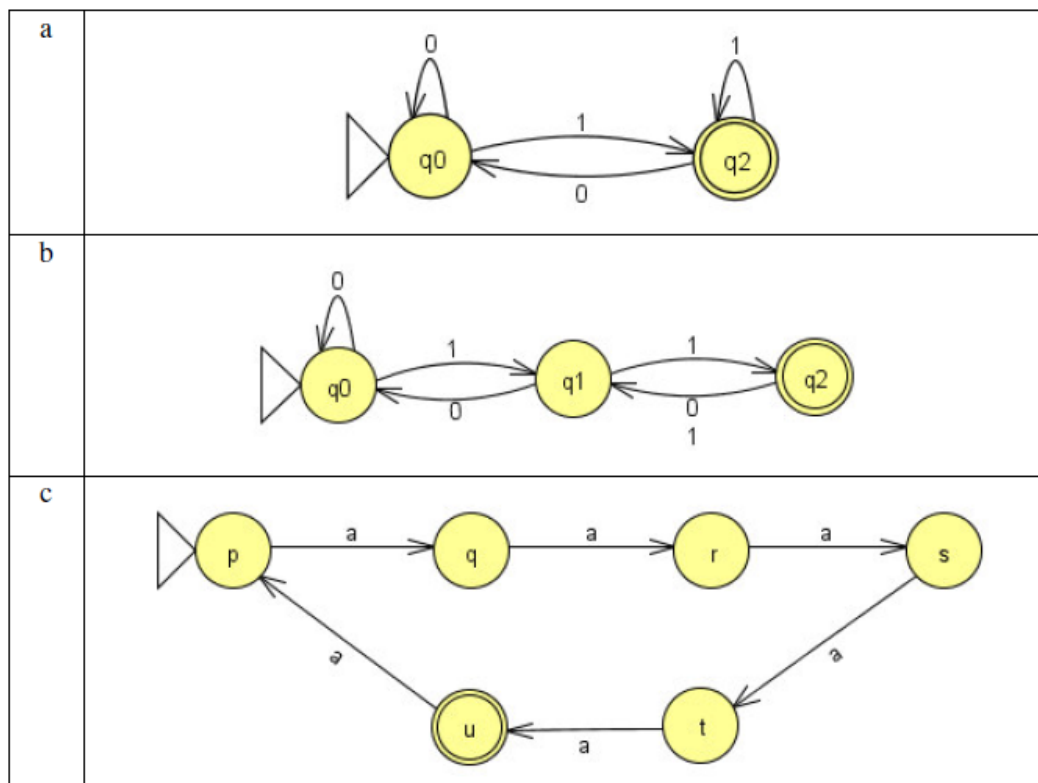
Ejercicios de Autómatas Finitos (T3-P2)

1. Indica el grafo de un Autómata Finito Determinista, que reconozca cada uno de los siguientes lenguajes. El alfabeto es siempre $\{0,1\}$.
 - a) El lenguaje $\{0\}$
 - b) El lenguaje $0^m 1^n 0^p$ ($m \geq 0, n \geq 0, p \geq 1$)
3. Para cada afirmación indique si es verdadera o falsa, para todas ellas especifique la justificación.
 - a) Las sentencias reconocidas por un Autómata Finito Determinista no podrán ser de una longitud superior a una dada.
 - b) Las transiciones necesarias para que una sentencia sea reconocida por un Autómata pueden ser infinitas.
 - c) Un Autómata Finito Determinista puede reconocer la palabra vacía.
 - d) Un AFD sólo puede reconocer un número limitado de sentencias.
 - e) Sea n el número de estados del autómata ($|Q|=n$). Un Autómata Finito donde $|Q|=n$ sólo reconocerá palabras de longitud menor o igual que n , i.e. $x \in \Sigma^*, |x| \leq n$.
 - f) Puede suceder que todos los estados de un autómata finito sean finales.
 - g) Si en el proceso de cálculo del conjunto cociente de un AFD de 5 estados hemos obtenido $Q/E3$, podemos afirmar que $Q/E3 = Q/E$
 - h) Los Autómatas AFD1 y AFD2 son equivalentes entre sí.



- i) El lenguaje que reconocería un AFD (con todos sus estados conexos) si todos sus estados, excepto el inicial, fuesen finales es Σ^+ .
- j) El lenguaje que reconocería un AFD (con todos sus estados conexos) si todos sus estados, incluido el inicial, fuesen finales es Σ^* .

5. Halla el conjunto cociente (Q/E) de los siguientes autómatas:



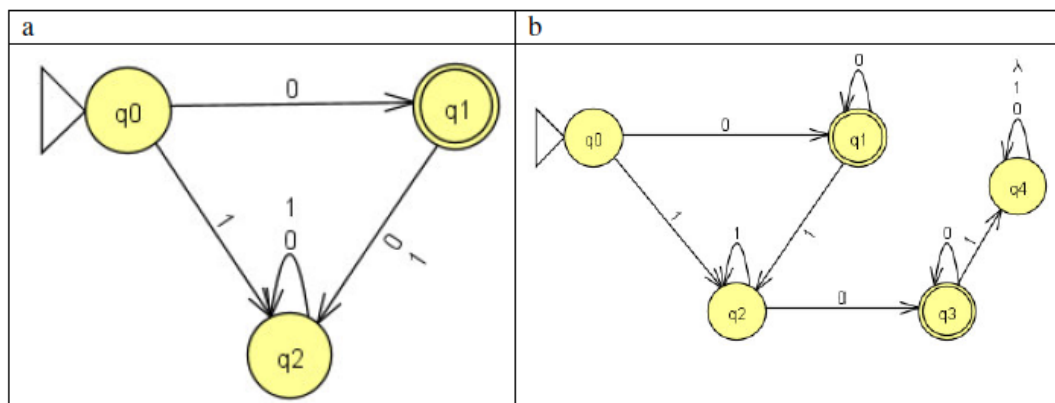
Ejercicios de Autómatas Finitos (T3-P2)

SOLUCINES

1. Indica el grafo de un Autómata Finito Determinista, que reconozca cada uno de los siguientes lenguajes. El alfabeto es siempre $\{0,1\}$.

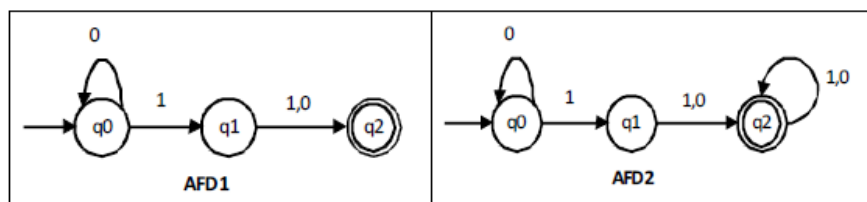
- El lenguaje $\{0\}$
- El lenguaje $0^m 1^n 0^p$ ($m \geq 0, n \geq 0, p \geq 1$).

Solución:



3. Para cada afirmación indique si es verdadera o falsa, para todas ellas especifique la justificación.

- Las sentencias reconocidas por un Autómata Finito Determinista no podrán ser de una longitud superior a una dada.
- Las transiciones necesarias para que una sentencia sea reconocida por un Autómata pueden ser infinitas.
- Un Autómata Finito Determinista puede reconocer la palabra vacía.
- Un Autómata Finito Determinista sólo puede reconocer un número limitado de sentencias.
- Sea n el número de estados del autómata ($|Q|=n$). Un Autómata Finito donde $|Q|=n$ sólo reconocerá palabras de longitud menor o igual que n , i.e. $x \in \Sigma^*$, $|x| \leq n$.
- Puede suceder que todos los estados de un autómata finito sean finales.
- Si en el proceso de cálculo del conjunto cociente de un AFD de 5 estados hemos obtenido $Q/E3$, podemos afirmar que $Q/E3 = Q/E$
- Los Autómatas AFD1 y AFD2 son equivalentes entre sí.

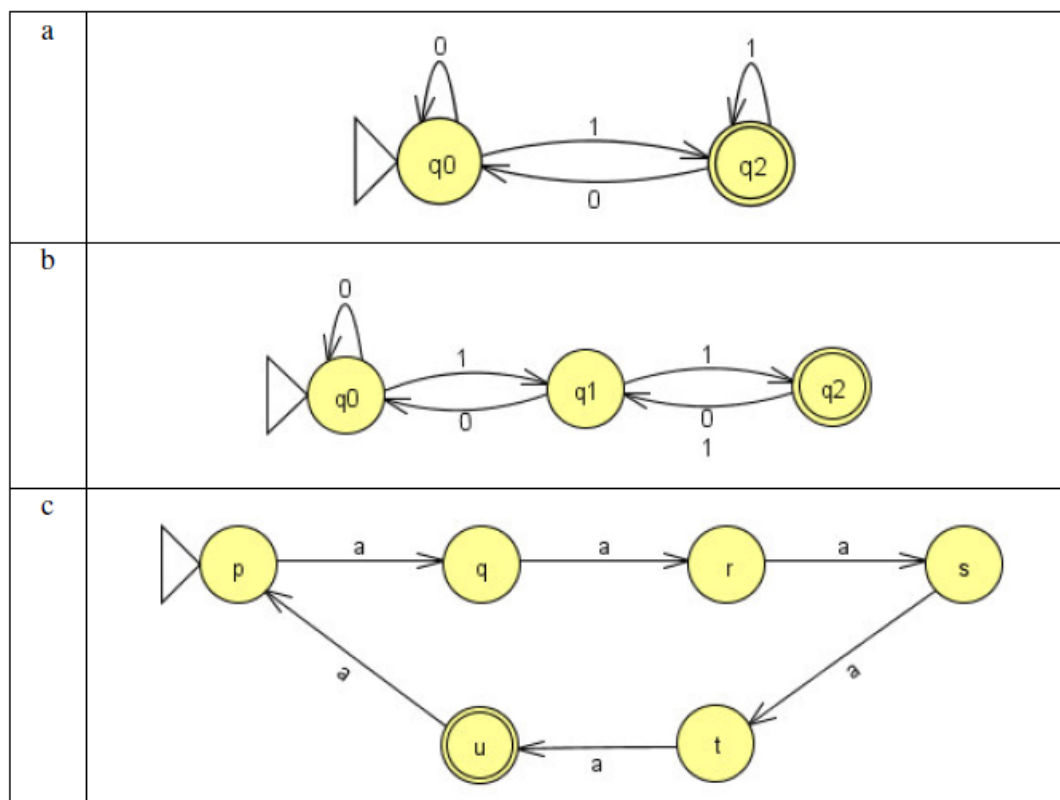


- El lenguaje que reconocería un AFD (con todos sus estados conexos) si todos sus estados, excepto el inicial, fuesen finales es Σ^+ .
- El lenguaje que reconocería un AFD (con todos sus estados conexos) si todos sus estados, incluido el inicial, fuesen finales es Σ^* .

Solución:

- Falso. Esto sólo es válido para aquellos lenguajes donde todas sus sentencias sean menos que una longitud límite.
- Falso. Puesto que eso implicaría que una palabra del lenguaje tuviese infinitos términos. Lo que se contradice con el hecho de que todas las palabras de un lenguaje tienen un número de elementos finito.
- Verdadero. Si el estado inicial es final. Y la gramática equivalente al AFD generaría λ .
- Falso. Un AFD reconoce todas las sentencias de una lenguaje, y este lenguaje puede ser infinito, es decir, con un número infinito de sentencias.
- Falso. Todo AFD, sea o no infinito el lenguaje, tendrá un número finito de estados. Si el lenguaje es infinito, existe un número infinito de sentencias con longitud mayor que n .
- Verdadero.
- Verdadero. Ver teorema correspondiente.
- Falso. 01111 es reconocido por AFD2, pero no por AFD1.
- El lenguaje que reconocería un AFD (con todos sus estados conexos) si todos sus estados, excepto el inicial, fuesen finales es $\Sigma^+ \rightarrow$ Falso. Contraejemplo sencillo: $AF = (\{a\}, \{q0, q1\}, f, q0, \{q1\})$; $f(q0, a) = q1$, $f(q1, a) = q0$. $L(AFD) = \{ \text{cadenas de a's con un n}^\circ \text{ impar de a's} \}$, no reconoce las cadenas con n° par de a's, por lo que no es el lenguaje universal.
- "El lenguaje que reconocería un AFD (con todos sus estados conexos) si todos sus estados, incluido el inicial, fuesen finales es $\Sigma^* \rightarrow$ Verdadero

5. Halla el conjunto cociente (Q/E) de los siguientes autómatas:



Solución:

Calcular el conjunto cociente consiste en localizar los subconjuntos de estados de un autómata finito que son equivalentes entre sí. Para ello, se empieza dividiendo los estados entre los no-finales y los finales, en dos clases de equivalencia diferentes. A continuación se evalúa secuencialmente si realmente todos los estados de dicha clase de equivalencia son equivalentes entre sí, es decir, si con cada una de las entradas todos los estados transitan a la misma clase de equivalencia. Si no se cumple esta condición, las clases de equivalencia se van fragmentando, para separar los estados que no son equivalentes, hasta llegar al máximo en el que cada clase de equivalencia sólo tenga un estado.

a) $Q/E_0 = \{\{q_1\}, \{q_2\}\} = \{C_1, C_2\} = Q/E$

En este primer ejercicio, el conjunto cociente claramente se compone sólo de dos clases de equivalencia:

- a. C1: estado no final, en este caso también inicial
- b. C2: estado final

Cada clase de equivalencia tiene un único estado, por lo que no hay ningún paso adicional a realizar.

$$b) Q/E_0 = \{\{q_0, q_1\}, \{q_2\}\} = \{C_1, C_2\}$$

En este segundo caso, la clase de equivalencia C_1 tiene dos estados, por lo que hay que comprobar si realmente los estados q_0 y q_1 , que la componen, son equivalentes entre sí. Para ello, se parte de la tabla de transiciones original, marcando a la derecha la clase de equivalencia a la que pertenece cada estado:

	0	1	
→ q_0	q_0	q_1	C_1
q_1	q_0	q_2	C_1
* q_2	q_1	q_1	C_2

Ahora se construye una tabla adicional, donde las celdas contienen las clases de equivalencia, en lugar de los estados concretos. Con ella se puede verificar fácilmente si los estados q_0 y q_1 transitan a la misma clase de equivalencia para cada entrada:

	0	1
→ q_0	C_1	C_1
q_1	C_1	C_2
* q_2	C_1	C_1

Así, en primer lugar, para la entrada 0, tanto q_0 como q_1 transitan a la clase de equivalencia C_1 , por lo que de momento se puede seguir asumiendo que q_0 y q_1 son equivalentes. Sin embargo, si observamos la segunda columna, para la entrada 1, el estado q_0 transita a C_1 , pero el estado q_1 a C_2 , no coincidiendo en este caso. Por lo que se deben separar q_0 y q_1 en dos clases de equivalencia distintas, en la siguiente iteración del cálculo del conjunto cociente.

$$Q/E_1 = \{\{q_0\}, \{q_1\}, \{q_2\}\} = Q/E$$

En esta nueva iteración Q/E_1 ya se ha llegado al final del cálculo del conjunto cociente. Porque se ha llegado a la situación en que cada clase de equivalencia sólo tiene un estado. O también porque se ha alcanzado el máximo situado en Q/E_{n-2} , siendo n el número de estados, en este caso $n=3$.

$$\begin{aligned} c) \quad Q/E_0 &= \{\{p, q, r, s, t\}, \{u\}\} = \{C_1, C_2\} \\ Q/E_1 &= \{\{p, q, r, s\}, \{u\}, \{t\}\} = \{C_1, C_2, C_3\} \\ Q/E_2 &= \{\{p, q, r\}, \{u\}, \{t\}, \{s\}\} = \{C_1, C_2, C_3, C_4\} \\ Q/E_3 &= \{\{p, q\}, \{u\}, \{t\}, \{s\}, \{r\}\} = \{C_1, C_2, C_3, C_4, C_5\} \\ Q/E_4 &= \{\{p\}, \{u\}, \{t\}, \{s\}, \{r\}, \{q\}\} = \{C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6\} = Q/E \end{aligned}$$

En este caso, aunque pudiera parecer que todos los estados son equivalentes por su simplicidad, de nuevo hay que llegar al máximo Q/E_{n-2} , con todos los estados no equivalentes entre sí.

En cada iteración del cálculo del conjunto cociente se va separando un estado de la clase de equivalencia inicial que contiene los estados no-finales. Se va desde aquel estado que transita al estado final (t), sucesivamente atrás a los que transitan al estado que se separa (u, s, r), hasta que se llega al estado (q) al que se transita desde el estado inicial (p).